www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/ ۱۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **خرداد ماه** سال ۱۳۸۲		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از اصل استقرا ثابت کنید : $(n\in N)$ $8+14+20+....+(6n+2)=n(3n+5)$	۱/۷۵
۲	ثابت کنید اگر x و y گویا باشند $x-y$ نیز گویا ست .	۱
۳	اگر n عدد طبیعی و n^2 مضرب ۷ باشد ، آنگاه n مضرب ۷ است. (برهان خلف)	۱/۲۵
۴	اگر ۲۱۰ عدد طبیعی دلخواه و متمایز را بر ۲۰ تقسیم کنیم،حداقل چند عددارای باقیماندهٔ یکسانی بر ۲۰ هستند ؟ چرا ؟	۱/۵
۵	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید : **الف :** $(A-C)\cup(B-C)=C'\cap(A\cup B)$ **ب :** $(B-A)\cap(A\cap B)=\phi$	۱/۵
۶	x و y را طوری تعیین کنید که زوج های مرتب $(3^{2x-y},128)$ و $(2^{2x+y},27)$ با هم مساوی باشند .	۱/۲۵
۷	را بطهٔ R روی مجموعهٔ $\mathbb{R}$ به صورت $\{x\le y,\ x^2+y^2\le 4\}$ $R=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\}$ تعریف شده است ، نمودار رابطهٔ R را رسم کنید.	۱
۸	رابطهٔ R روی N^2 به صورت $(a,b)R(c,d)\Leftrightarrow a+d=b+c$ تعریف شده است . **الف :** ثابت کنید R یک رابطهٔ هم ارزی است . **ب :** کلاس هم ارزی $[(1,2)]$ را مشخص کنید .	۱/۷۵
۹	یک سکه سالم را ۳ بار می اندازیم مطلوبست تعیین : **الف :** فضای نمونه ای این تجربه تصادفی. **ب :** پیشامد A که اقلا یک بار پشت بیاید. **ج :** پیشامد B که فقط دو بار رو بیاید. **د :** پیشامد $A\cap B$.	۲
۱۰	از بین ۱۵ نفر دانش آموز که ۵ نفرآنها کلاس اول و بقیه، کلاس دوم هستند ، ۳ نفر را انتخاب می کنیم. مطلوب است احتمال اینکه: **الف :** هر سه نفر از کلاس دوم باشند **ب :** فقط یک نفر از کلاس اول باشد .	۱/۵
۱۱	تاس سالمی را ۱۰ بار می ریزیم . احتمال اینکه ٦ بار بر آمد تاس یک عدد فرد باشد چیست ؟	۱
۱۲	در فضای نمونه ای $S=\{a,b\}$ مطلوبست : $P(a)$ و $P(b)$ هر گاه داشته باشیم : $\frac{P(a)}{P(b)}=\frac{5}{11}$	۱/۲۵
۱۳	نقطه ای به تصادف داخل مستطیلی به طول ۷ و به عرض ۴ در نظر می گیریم ، مطلوب است احتمال اینکه فاصلهٔ این نقطه از هر رأس بیشتر از ۱ باشد .	۱/۲۵
۱۴	از مجموعهٔ اعداد $\{1,2,3,...,400\}$ عددی به تصادف انتخاب می کنیم احتمال اینکه عدد انتخابی بر ۲ یا بر۳ یا بر هر دو بخش پذیر باشد چقدر است ؟	۲
	« موفق باشید » **جمع نمرات**	**۲۰**

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/ ۱۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۲	**سازمان آموزش و پرورش شهر تهران** **اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$\begin{cases} P(۱): ۸ = ۱(۳+۵) \quad ۸ = ۸ \quad (۰/۲۵) \\ P(k): ۸+۱۴+۲۰+...+(۶k+۲) = k(۳k+۵) \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ $P(k+۱): ۸+۱۴+۲۰+...+(۶k+۲)+[۶(k+۱)+۲] = (k+۱)[۳(k+۱)+۵]$ حکم استقرا (۰/۲۵) اثبات حکم (۱) $k(۳k+۵)+(۶k+۸) = ۳K^۲+۱۱k+۸ = (k+۱)(۳k+۸)$ = طرف چپ حکم استقرا
۲	$x = \frac{a}{b} \quad (۰/۲۵) \quad \begin{cases} a,b \in z \\ b \neq ۰ \end{cases}, \quad y = \frac{c}{d} \quad (۰/۲۵) \quad \begin{cases} c,d \in z \\ d \neq ۰ \end{cases}$ $x-y = \frac{a}{b}-\frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd} = \frac{p}{q} \quad (۰/۲۵) \quad \begin{cases} p,q \in Z \\ q \neq ۰ \end{cases}$ (۰/۲۵)
۳	ازبرهان خلف استفاده می کنیم ومی گوییم اگر n مضرب ۷ نباشدپس $n = ۷q+r$ (۰/۲۵) $r = \{۱,۲,۳,۴,۵,۶\} \Rightarrow r^۲ \neq ۷k$ (۰/۲۵) $n = ۷q+r \overset{\text{توان ۲}}{\Rightarrow} n^۲ = (۷q+r)^۲ \overset{(۰/۲۵)}{\Rightarrow} n^۲ = ۴۹q^۲+۱۴qr+r^۲$ $n^۲ = ۷(۷q^۲+۲qr)+r^۲ \overset{(۰/۲۵)}{\Rightarrow} n^۲ = ۷q'+r^۲ \Rightarrow n^۲ \neq ۷k \quad (۰/۲۵)$ که این خلاف فرض است پس حکم برقرار است.
٤	$s = \{a_۱, a_۲, a_۳, ...a_{۲۱۰}\} \quad s \subseteq N$ $r = \{۰,۱,۲,۳,...,۱۹\}$ (۰/۵) r مجموعهٔ باقیمانده های هر عدد طبیعی بر ۲۰ است (با ۲۰ عضو) اگر اعضا s را به منزلهٔ کبوتر و اعضاء r را به منزلهٔ لانهٔ کبوتر در نظر بگیریم (۰/۲۵) ۲۰<۲۱۰ طبق اصل لانه کبوتر : $۲۱۰ \,\vert\, ۲۰ \quad ۱۰$ (۰/۲۵) $۱۰+۱=۱۱$ (۰/۲۵) پس حداقل ۱۱ عدد طبیعی از این ۲۱۰ عدد دارای باقیماندهٔ یکسانی بر ۲۰ هستند (۰/۲۵)
۵	الف: $(A-C)\cup(B-C) =$ $(A\cap C')\cup(B\cap C') = (۰/۲۵)$ $(A\cup B)\cap C' = (۰/۲۵)$ $C'\cap(A\cup B) = C'\cap(A\cup B)$ (۰/۲۵) ب: $(B-A)\cap(A\cap B) =$ $(B\cap A')\cap(A\cap B) = (۰/۲۵)$ $(B\cap A')\cap(B\cap A) =$ $B\cap(A'\cap A) = (۰/۲۵)$ $B\cap\phi = \phi \quad (۰/۲۵)$ **ادامه در صفحه ی دوم**

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/ ۱۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۲	**سازمان آموزش و پرورش شهر تهران** **اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

۶

$$\begin{cases} ۲^{۲x+y}=۱۲۸ \\ ۳^{۲x-y}=۲۷ \end{cases} \text{(۰/۲۵)} \Rightarrow \begin{cases} ۲x+y=۷ \\ ۲x-y=۳ \end{cases} \text{(۰/۵)} \quad ۴x=۱۰ \quad x=\frac{۵}{۲} \text{(۰/۲۵)}$$

$$y=۲ \quad \text{(۰/۲۵)}$$

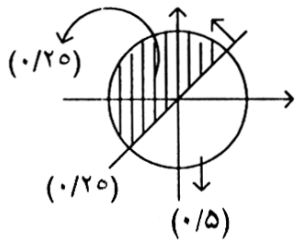
۷

$x^۲+y^۲=۴$

$\begin{vmatrix} ۰ \\ -۲ \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} ۰ \\ ۲ \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} ۲ \\ ۰ \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} -۲ \\ ۰ \end{vmatrix}$

$x \le y$

$x=y \quad \begin{vmatrix} ۰ \\ ۰ \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} ۱ \\ ۱ \end{vmatrix}$



رسم دایره (۰/۵)

رسم خط (۰/۲۵)

رسم هاشور (۰/۲۵)

۸

$\{(a,b)R(a,b) \Rightarrow a+b=a+b \quad (۱) \quad \text{(۰/۲۵)}$

$\begin{cases} (a,b)R(c,d) \Rightarrow (c,d)R(a,b) \\ a+d=b+c \Rightarrow c+b=d+a \end{cases} (۲) \quad \text{(۰/۲۵)}$

$\begin{cases} (a,b)R(c,d) \text{و} (c,d)R(e,f) \Rightarrow (a,b)R(e,f) \quad \text{(۰/۲۵)} \\ \begin{cases} a+d=b+c \\ c+f=d+e \end{cases} \xrightarrow{+} a+d+c+f=b+c+d+e \quad \text{(۰/۲۵)} \end{cases}$

$a+f=b+e \quad (۳)$

از ۱و۲و۳ نتیجه می گیریم رابطهٔ R هم ارزی است . (۰/۲۵)

$[(۱,۲)]=\{(x,y) \mid (x,y)\ R\ (۱,۲)\}=\{(x,y) \mid y=x+۱\} \quad \text{(۰/۵)}$

۹

الف: $S=\{$(پ، پ، پ)، (پ، پ، ر)، (پ، ر، پ)، (پ، ر، ر)، (ر، پ، پ)، (ر، پ، ر)، (ر، ر، پ)، (ر، ر، ر)$\}$ (۰/۵)

ب: $A=\{$(پ، پ، پ)، (پ، پ، ر)، (پ، ر، پ)، (پ، ر، ر)، (ر، پ، پ)، (ر، پ، ر)، (ر، ر، پ)، (ر، ر، ر)$\}$ (۰/۵)

ج: $B=\{$ (پ، پ، پ)، (پ، پ، ر)، (پ، ر، ر)، (ر، پ، ر)، (ر، ر، پ) $\}$ (۰/۵)

د: $B \cap A=\{$ (پ، پ، پ)، (پ، پ، ر)، (پ، ر، ر)، (ر، پ، ر)، (ر، ر، پ) $\}$ (۰/۵)

ادامه در صفحه ی سوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/ ۱۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۲	**سازمان آموزش و پرورش شهر تهران** **اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

۱۰

۵-کلاس اول ۱۰= کلاس دوم $n(s)=\binom{۱۵}{۳}$ (۰/۲۵)

الف: $n(A)=\binom{۱۰}{۳} \Rightarrow p(A)=\frac{\binom{۱۰}{۳}}{\binom{۱۵}{۳}}$ (۰/۵)

ب: $n(B)=\binom{۵}{۱}\binom{۱۰}{۲} \Rightarrow p(B)=\frac{\binom{۵}{۱}\binom{۱۰}{۲}}{\binom{۱۵}{۳}}$ (۰/۷۵)

۱۱

S={فرد و زوج} (۰/۲۵) P(زوج آمدن تاس)= P(فرد آمدن تاس) $=\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵)

P(۶ بار مشاهده عدد فرد) $=\frac{\binom{۱۰}{۶}}{۲^{۱۰}}$ (۰/۵)

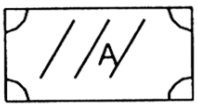
۱۲

$\frac{P(a)}{P(b)}=\frac{۵}{۱۱} \Rightarrow P(a)=\frac{۵}{۱۱}P(b)$ (۰/۲۵)

$P(a)+P(b)=۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{۵}{۱۱}P(b)+P(b)=۱ \quad \frac{۱۶}{۱۱}P(b)=۱$

$P(b)=\frac{۱۱}{۱۶}$ (۰/۵) $P(a)=\frac{۵}{۱۱}\left(\frac{۱۱}{۱۶}\right)=\frac{۵}{۱۶}$ (۰/۲۵)

۱۳


(۰/۲۵)

$a(S)=۷\times۴=۲۸$ (۰/۲۵)

$a(A)=a(S)-\pi R^{۲}$ (۰/۲۵)

$a(A)=۲۸-\pi(۱)^{۲}=۲۸-\pi$ (۰/۲۵)

$p(A)=\frac{a(A)}{a(S)}=\frac{۲۸-\pi}{۲۸}$ (۰/۲۵)

۱۴

$P(A)=\frac{\left[\frac{۴۰۰}{۲}\right]}{۴۰۰}=\frac{۲۰۰}{۴۰۰}$ (۰/۵) $P(B)=\frac{\left[\frac{۴۰۰}{۳}\right]}{۴۰۰}=\frac{۱۳۳}{۴۰۰}$ (۰/۵)

$P(A\cap B)=\frac{\left[\frac{۴۰۰}{۶}\right]}{۴۰۰}=\frac{۶۶}{۴۰۰}$ (۰/۵) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ (۰/۲۵)

$P(A\cup B)=\frac{۲۰۰}{۴۰۰}+\frac{۱۳۳}{۴۰۰}-\frac{۶۶}{۴۰۰}=\frac{۲۶۷}{۴۰۰}$ (۰/۲۵)

مصححین محترم با عرض سلام و خسته نباشید

لطفاً برای روش های حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمائید . با تشکر

www.alm.loxblog.com